

PROBLEMI ASSEGNATI

---

**A.S. 2001-2002 - INDIRIZZO P.N.I.**

QUESTIONARIO

1. Se  $a$  e  $b$  sono numeri positivi assegnati quale è la loro media aritmetica? Quale la media geometrica? Quale delle due è più grande? E perché? Come si generalizzano tali medie se i numeri assegnati sono  $n$ ?

2. Il seguente è uno dei celebri problemi del *Cavaliere di Méré* (1610 1685), amico di *Blaise Pascal*: "giocando a dadi è più probabile ottenere almeno una volta 1 con 4 lanci di un solo dado, oppure almeno un doppio 1 con 24 lanci di due dadi?"

3. Assumendo che i risultati  $x, 1, 2$  delle 13 partite di Totocalcio siano equiprobabili, calcolare la probabilità che tutte le partite, eccetto una, terminino in parità.

4. Calcolare

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3^n}{n!}$$

5. Cosa si intende per "funzione periodica"? Quale è il periodo di  $f(x) = -\operatorname{sen} \frac{\pi x}{3}$ ? Quale quello di  $\operatorname{sen} 2x$ ?

6. Utilizzando il teorema di Rolle, si verifichi che il polinomio  $x^n + px + q$  ( $p, q \in \mathbb{R}$ ), se  $n$  è pari, ha al più due radici reali, se  $n$  è dispari ha al più tre radici reali.

7. Data la funzione

$$f(x) = e^x - \operatorname{sen} x - 3x$$

calcolarne i limiti per  $x$  tendente a  $+\infty$  e  $-\infty$  e provare che esiste un numero reale  $\alpha$  con  $0 < \alpha < 1$  in cui la funzione si annulla.

8. Verificare che la funzione  $3x + \log x$  è strettamente crescente. Detta  $g$  la funzione inversa, calcolare  $g(3)$ .

9. Trovare  $f(4)$  sapendo che  $\int_0^x f(t) dt = x \cos \pi x$ .

10. Spiegare, con esempi appropriati, la differenza tra *omotetia* e *similitudine* nel piano.