

PROBLEMI ASSEGNATI

A.S. 2001-2002 - INDIRIZZO P.N.I.

QUESTIONARIO

1. Se a e b sono numeri positivi assegnati quale è la loro media aritmetica? Quale la media geometrica? Quale delle due è più grande? E perché? Come si generalizzano tali medie se i numeri assegnati sono n ?

2. Il seguente è uno dei celebri problemi del *Cavaliere di Méré* (1610 1685), amico di *Blaise Pascal*: "giocando a dadi è più probabile ottenere almeno una volta 1 con 4 lanci di un solo dado, oppure almeno un doppio 1 con 24 lanci di due dadi?"

3. Assumendo che i risultati $x, 1, 2$ delle 13 partite di Totocalcio siano equiprobabili, calcolare la probabilità che tutte le partite, eccetto una, terminino in parità.

4. Calcolare

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3^n}{n!}$$

5. Cosa si intende per "funzione periodica"? Quale è il periodo di $f(x) = -\operatorname{sen} \frac{\pi x}{3}$? Quale quello di $\operatorname{sen} 2x$?

6. Utilizzando il teorema di Rolle, si verifichi che il polinomio $x^n + px + q$ ($p, q \in \mathbb{R}$), se n è pari, ha al più due radici reali, se n è dispari ha al più tre radici reali.

7. Data la funzione

$$f(x) = e^x - \operatorname{sen} x - 3x$$

calcolarne i limiti per x tendente a $+\infty$ e $-\infty$ e provare che esiste un numero reale α con $0 < \alpha < 1$ in cui la funzione si annulla.

8. Verificare che la funzione $3x + \log x$ è strettamente crescente. Detta g la funzione inversa, calcolare $g(3)$.

9. Trovare $f(4)$ sapendo che $\int_0^x f(t) dt = x \cos \pi x$.

10. Spiegare, con esempi appropriati, la differenza tra *omotetia* e *similitudine* nel piano.