

ESERCIZI SVOLTI**PARABOLA****7 - Come scrivere l'equazione di una parabola noto il vertice ed un suo punto****Esercizio 7.1**

Scrivere l'equazione della parabola con l'asse di simmetria parallelo all'asse y , avente il vertice nel punto $V(4; -13)$ e passante per il punto $A(-1;12)$

Svolgeremo l'esercizio in due modi differenti:

Primo metodo (mediante un sistema di equazioni)

L'equazione della parabola che cerchiamo è del tipo $y = ax^2 + bx + c$. Come sappiamo le coordinate del suo vertice sono: $V\left(-\frac{b}{2a}; -\frac{\Delta}{4a}\right)$.

Imponendo che tale parabola passi per il punto $A(-1;12)$ e che le coordinate del suo vertice siano quelle di $V = (4; -13)$ si ottiene il seguente sistema:

$$\begin{cases} -\frac{b}{2a} = 4 \\ -\frac{\Delta}{4a} = -13 \\ a - b + c = 12 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} b = -8a \\ \Delta = 52a \\ a - b + c = 12 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} b = -8a \\ b^2 - 4ac = 52a \\ a - b + c = 12 \end{cases}$$

Sostituendo $b = -8a$ nelle ultime due equazioni, si ha:

$$\begin{cases} b = -8a \\ 64a^2 - 4ac = 52a \\ a + 8a + c = 12 \end{cases}$$

Dividendo entrambi i membri della seconda equazione per $4a$, si ha:

$$\begin{cases} b = -8a \\ 16a - c = 13 \\ 9a + c = 12 \end{cases}$$

Sommando a ciascun membro della seconda equazione i corrispondenti membri della terza, si ottiene:

$$\begin{cases} b = -8a \\ 16a - c + 9a + c = 13 + 12 \\ 9a + c = 12 \end{cases}$$

da cui segue:

$$\begin{cases} b = -8a \\ 25a = 25 \\ 9a + c = 12 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} b = -8a \\ a = 1 \\ 9a + c = 12 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} b = -8 \\ a = 1 \\ c = 3 \end{cases} .$$

L'equazione della parabola è quindi: $y = x^2 - 8x + 3$

Secondo metodo

Il problema può essere risolto più semplicemente utilizzando la formula del **fascio di parabole** con asse di simmetria parallelo all'asse y e avente vertice $V(x_v; y_v)$. Questa ne è l'equazione:

$$y = a(x - x_v)^2 + y_v \quad (*)$$

Imponendo alla parabola di avere vertice $V(4; -13)$ e di passare per il punto $A(-1; 12)$, si ha:

$$12 = a(-1 - 4)^2 - 13$$

$$25a = 25$$

$$a = 1$$

Pertanto, sostituendo nella (*), si ottiene l'equazione della parabola cercata:

$$y = (x - 4)^2 - 13$$

da cui:

$$y = x^2 - 8x + 3$$