ESERCIZI SVOLTI

LE FUNZIONI REALI E I LORO DOMINI

Determinare l'insieme di esistenza delle seguenti funzioni	
1 A	$f(x)=\ln(cosx)$
2 A	$f(x)=\sqrt{senx+1}$
3 A	$f(x)=arctg\dfrac{\ln x-1}{\ln x+1}$
4 A	$f(x)=\dfrac{1-\cos(\ln x)}{\ln^2 x}$
5 A	$f(x)=\text{arcsen}\left\|e^{2x}-1\right\|$
6 A	$f(x)=\dfrac{\ln(x-\sqrt{1-x^2})}{1-\sqrt{e^{\text{arcsen}\, x}}}$
Risoluzioni	
Calcoliamo l'insieme di esistenza delle nostre funzioni:	
1 A	$D=\{x\in\mathbb{R} / \cos x>0\}=\left\{x\in\mathbb{R} / 2k\pi<x<\dfrac{\pi}{2}+2k\pi,\ \vee\ \dfrac{3}{2}\pi+2k\pi<x<2\pi+2k\pi, k\in\mathbb{Z}\right\}$
2 A	$D=\{x\in\mathbb{R} / senx+1\geq 0\}$ Poiché $senx+1\geq 0 \Rightarrow senx\geq -1$, disequazione sempre verificata, pertanto $D=\mathbb{R}$.
3 A	Poiché l'arcotangente è definita su tutto $\mathbb{R}$, l'insieme di esistenza della funzione data coincide con quello della funzione $\dfrac{\ln x-1}{\ln x+1}$. Quest'ultima funzione richiede le seguenti condizioni: $\begin{cases} x>0 \\ \ln x\neq -1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x>0 \\ x\neq \dfrac{1}{e} \end{cases} \Rightarrow D=\left]0,\dfrac{1}{e}\right[\cup\left]\dfrac{1}{e},+\infty\right[$.
4 A	Poiché il coseno è definito su tutto $\mathbb{R}$, l'insieme di esistenza della funzione data richiede le seguenti condizioni: $\begin{cases} x>0 \\ \ln^2 x\neq 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x>0 \\ x\neq 1 \end{cases}$ pertanto: $D=]0,1[\cup]1,+\infty[$.
5 A	La funzione arcoseno è definita per x compreso tra -1 e 1, estremi compresi, pertanto:

	$-1 \le \left\| e^{2x} - 1 \right\| \le 1 \Rightarrow$ $\begin{cases} \left\| e^{2x} - 1 \right\| \le 1 \\ \left\| e^{2x} - 1 \right\| \ge -1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -1 \le e^{2x} - 1 \le 1 \\ \forall x \in \mathbb{R} \end{cases}$ $\begin{cases} e^{2x} - 1 \le 1 \\ e^{2x} - 1 \ge -1 \\ \forall x \in \mathbb{R} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} e^{2x} \le 2 \\ \forall x \in \mathbb{R} \\ \forall x \in \mathbb{R} \end{cases} \Rightarrow$ $\begin{cases} 2x \ln(\mathrm{e}) \le \ln 2 \\ \forall x \in \mathbb{R} \\ \forall x \in \mathbb{R} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x \le \dfrac{1}{2} \ln(2) \\ \forall x \in \mathbb{R} \\ \forall x \in \mathbb{R} \end{cases},$ Perciò: $D = \left] -\infty, \dfrac{1}{2} \ln 2 \right]$.
6 A	Il dominio della funzione è dato dalle soluzioni reali del seguente sistema: $\begin{cases} x - \sqrt{1 - x^2} > 0 \\ 1 - x^2 \ge 0 \\ 1 - \sqrt{e^{arcsenx}} \ne 0 \\ e^{arcsenx} \ge 0 \\ -1 \le x \le 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \sqrt{1 - x^2} < x \\ -1 \le x \le 1 \\ e^{arcsenx} \ne 1 \\ \forall x \in \Re \\ -1 \le x \le 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \dfrac{\sqrt{2}}{2} < x \le 1 \\ -1 \le x \le 1 \\ x \ne 0 \\ \forall x \in \Re \\ -1 \le x \le 1 \end{cases}$ Pertanto $D = \left] \dfrac{\sqrt{2}}{2}, 1 \right]$.