

---

## DIFFERENZA DI QUADRATI DI NUMERI CONSECUTIVI: INTERESSANTI RELAZIONI

---

### ▪ Il problema

Le relazioni tra i numeri talvolta ci lasciano a bocca aperta, sono veramente incredibili. Nelle seguenti relazioni infatti esistono delle particolari ricorrenze:

$$2^2 - 1^2 = 3$$

$$3^2 - 2^2 = 5$$

$$4^2 - 3^2 = 7$$

$$5^2 - 4^2 = 9$$

Come potrai verificare con facilità, queste uguaglianze sono tutte vere. Continua questa serie per altri tre passi e poi cerca la proprietà comune a tutte le uguaglianze ed esprimila con una formula.

### ▪ La risoluzione

La proprietà comune alle uguaglianze date è questa:

$$\forall n \in \mathbb{N}, n > 1:$$

$$n^2 - (n-1)^2 = n + (n-1) = 2n - 1$$

Tale proprietà può essere estesa a tutti gli interi; in questo insieme numerico infatti valgono analoghe uguaglianze:

$$1^2 - 0 = 1$$

$$0 - (-1)^2 = -1$$

$$(-1)^2 - (-2)^2 = 1 - 4 = -3$$

$$(-3)^2 - (-4)^2 = 9 - 16 = -7$$

$$(-4)^2 - (-5)^2 = -9$$

Possiamo pertanto affermare che la differenza dei quadrati di un numero e del suo precedente uguaglia la loro somma.

La dimostrazione è banale:

$$n^2 - (n-1)^2 = n^2 - (n^2 - 2n + 1) = 2n - 1 .$$

Si osservi anche che ogni differenza di quadrati differisce dalla successiva di 2,

$$\text{ossia: } (n+1)^2 - (n)^2 - [n^2 - (n-1)^2] = 2 .$$

Salvatore Scialpi